

مناظرة إعادة التوجيه الجامعي (دورة 2014)

الشعبة: الإجازة الأساسية في التصرف و الإجازة الأساسية في التصرف

نوعية الاختبار: رياضيات

مدة الاختبار: ساعتان (2) من س 14 إلى س 16 ظهرا.

تاريخ الاختبار: الاثنين 24 مارس 2014

Exercice 1 :

1. Considérons le jet de deux dés parfaits à six faces et soit les événements :

A_1 : le resultat du premier dés est impair.

A_2 : le resultat du deuxième dés est impair.

A_3 : la somme des deux dés est paire.

(a) Calculer $P(A_1)$, $P(A_2)$ et $P(A_3)$.

(b) Calculer $P(A_1 \cap A_2)$, $P(A_1 \cap A_3)$ et $P(A_2 \cap A_3)$.

2. Supposons que les faces d'un dé sont truquées de telle manière que les numéros impairs ont chacun la même chance d'apparaître, chance qui est deux fois plus grande que pour chacun des numéros pairs. On jette le dé. Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre supérieur ou égal à 4 ?

Exercice 2 :

Un épicier reçoit un lot de pommes dont 25% sont avariées. Il charge un employé de préparer des emballages de 5 pommes chacun. Celui-ci, négligent, ne se donne pas la peine de jeter les fruits avariés. Chaque client qui trouve, dans l'emballage qu'il achète, 2 fruits ou plus qui sont avariés, revient au magasin se plaindre.

Quelle est la probabilité pour qu'un client donné se plaigne auprès de son épicier ?

Exercice 3 :

Soit $f : [0, +\infty[\rightarrow]1, +\infty[$ la fonction définie par $f(x) = \cosh x = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$.

- Pour $y \in]1, +\infty[$ quelconque, montrer qu'il existe un unique $X \in]1, +\infty[$ vérifiant $X^2 - 2yX + 1 = 0$.
- En utilisant la question (1), montrer que pour tout $y \in]1, +\infty[$, il existe un unique $x \in [0, +\infty[$ tel que $\cosh x = y$.
- En déduire que la fonction f est bijective. On note $f^{-1} = \operatorname{argch}$.
- Donner une expression de argch en fonction de \ln .

Exercice 4 :

Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = 2x/(1+x^2)$.

- (a) Etudier la fonction f .
- (b) Calculer $f(2)$ et $f(\frac{1}{2})$
- (c) Résoudre l'équation $f(x) = 2$
- (d) f est-elle injective ? surjective ?
- Montrer que $f(\mathbb{R}) = [-1, 1]$.
- Montrer que la restriction $g : [-1, 1] \rightarrow [-1, 1]$ $g(x) = f(x)$ est une bijection.